Calibración de modelos de flujo en conductos

Lizeth Torres

Cátedras CONACyT,
II-UNAM

23-25 de enero del 2019

Resumen

La calibración paramétrica es el proceso en el que se ajustan los parámetros de un modelo a partir de información disponible del sistema modelado. Y, aunque un proceso de calibración se debe realizar durante la etapa de modelado, en un contexto de diagnóstico se debe realizar de manera regular para mantener actualizados a los sistemas de detección y localización de fallas basados en modelos. En esta plática se abordará el problema de calibración de tuberías con fines de diagnóstico y se presentará una metodología para calibrar en tiempo real una ley de potencia que modela las pérdidas de energía por fricción en una tubería. El corazón de la metodología es un observador de estados no lineal, construido a partir de una ecuación de movimiento, que estima el exponente y el coeficiente de la ley de potencia.

Contenido

Cálculo clásico de la disipación de energía

A la disipación de energía en una tubería se le conoce como pérdida de carga total y se puede dividir en dos tipos: pérdidas mayores asociadas a la fricción y pérdidas menores asociadas a dispositivos como válvulas o codos que actuan contra el flujo.

$$\Delta H_T = \Delta H_1 + \sum_{j=1}^{M} \Delta H_j$$

$$\Delta H_T = f(V)\frac{L}{\phi}\frac{V^2}{2g} + \sum_{i=1}^{N} k_i(V)\frac{V^2}{2g} = \left(f(V)\frac{L}{\phi} + \sum_{i=1}^{N} k_i(V)\right)\frac{V^2}{2g}$$

$$\Delta H_T = \left(f(V)\frac{\left(L + \frac{\phi\sum_{i=1}^{N} k_i(V)}{f(V)}\right)}{\phi}\right)\frac{V^2}{2g}$$

*Ecuación de Darcy-Weisbach
* $Q = VA_r$.

Cálculo clásico de la disipación de energía

Si se define $L_{eq}(V) = \left(L + \frac{\phi \sum_{i=1}^{N} k_i(V)}{f(V)}\right)$ then

$$\Delta H_T = \left(f(V)\frac{L_{eq}(V)}{\phi}\right)\frac{V^2}{2g}$$

A L_{eq} se le conoce como **longitud equivalente**, que no es mas que la longitud que tendría una tubería horizontal sin accesorios para disipar la misma energía que una tubería con accesorios y variaciones geométricas. Es una longitud virtual.

Nota: Si se agrega o cambia un accesorio (e.g. una válvula) en la tubería, la longitud equivalente cambiará y, en consecuencia, la pérdida de carga total.

El cálculo de $f(V)$ depende del régimen de flujo.

Cálculo clásico de la disipación de energía

Para flujo laminar:

$$f(V) = \kappa/\mathrm{Re}(V)$$

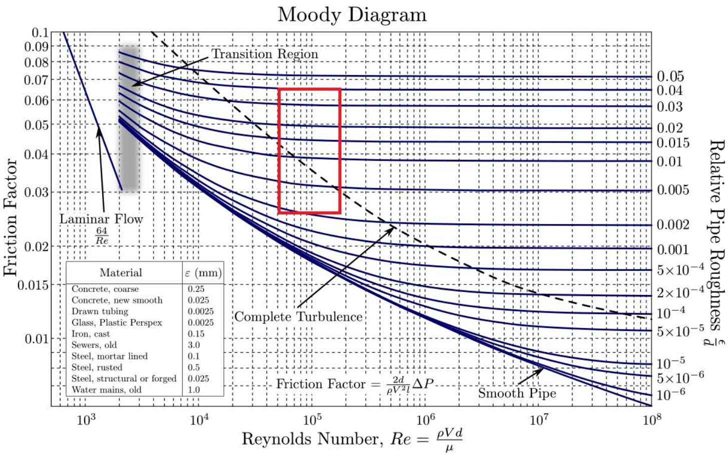
donde κ depende de la geometría de la tubería. Para tuberías con sección transversal circular $\kappa = 64$.

Para flujo turbulento (natural en tuberías): f se puede calcular con precisión usando la ecuación de Colebrook-White (CW)

$$\frac{1}{\sqrt{f(V)}} = -2\log_{10}\left(\frac{\varepsilon}{3.71\phi} + \frac{2.51}{\mathrm{Re(V)}\sqrt{f(V)}}\right)$$

$\mathrm{Re}(V) = V\phi/\nu$.

Frame Title



Material	ε (mm)
Concrete, coarse	0.25
Concrete, new smooth	0.025
Drawn tubing	0.0025
Glass, Plastic Perspex	0.0025
Iron, cast	0.15
Sewers, old	3.0
Steel, mortar lined	0.1
Steel, rusted	0.5
Steel, structural or forged	0.025
Water mains, old	1.0

Cálculo clásico de la disipación de energía

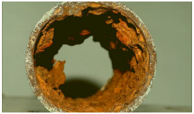
En resumen, el cálculo de la pérdida de carga total en una tubería implica conocer los siguientes parámetros:

- La rugosidad ε.
- La viscosidad cinemática ν.
- El coeficientes k_i de cada accesorio de la tubería.
- El diametro ϕ.

¿Cuál es el problema?

¡Con el paso del tiempo todos estos parámetros cambian!

Cálculo clásico de la disipación de energía



- Corrosión
- Tuberculación
- Erosión
- Acumulación de minerales

Cálculo clásico de la disipación de energía

Otras desventajas

- La ecuación de CW es implicita.
- La ecuación de CW calcula la fricción para todo el régimen turbulento. Lo adecuado sería tener una formula para la región de la tubería de interés.

⋆ Estas son razones suficientes para modelar la pérdida de carga total en una tubería de una manera mas sencilla.

Alternativas para el cálculo de la pérdida de carga

1. Ecuación de Hazen William

$$\Delta H_T = \frac{10.67}{C^{1.852}} \frac{L_{eq} Q^{1.852}}{\phi^{4.8704}}$$

2. Ecuación de Wood

$$\Delta H_T = \underbrace{\left(a(\varepsilon) + b(\varepsilon)\mathrm{Re}^{-c(\varepsilon)}\right)}_{f} \frac{Q^2 L_{eq}}{2g\phi A_r^2}$$

3. Ecuación de Valiantzas

$$\Delta H_T = L_{eq} \left(\frac{k_0 Q^2}{\phi^{5.3}}\right)^m, \qquad k_0 = 0{,}0126\varepsilon^{0.3}$$

4. Ecuación cuadrática de Prony

$$\Delta H_T = aQ^2 + bQ$$

Una ley de potencia generalizada

Todas tienen algo en común: son leyes de potencia del flujo volumétrico. Entonces...

¿Porqué no proponer una ley de potencia que englobe las fórmulas de pérdida de carga más empleadas con parámetros que se puedan estimar experimentalmente?

$$\Delta H_T = \Omega Q^{1+\gamma}, \qquad \text{donde } \Omega = \frac{\alpha}{\beta}.$$

α, β y γ son parámetros a estimar que se pueden relacionar con los parámetros de la tubería y del fluido via otras fórmulas.

Calibración utilizando mínimos cuadrados

Pasos

1. Obtener mediciones de Q y $\Delta H_T = H_{in} - H_{out}$ en diferentes PO de la tubería (desde el más bajo al más alto en los que se opera).
2. Obtener el promedio de las mediciones para cada PO: $\bar{Q}$, $\bar{\Delta} H_T$.
3. Ajustar $\bar{Q}$ vs ΔH_T a la ley de potencia utilizando mínimos cuadrados.